

А.В. Белецкий, к.т.н.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ДОРОЖНОГО ОСНОВАНИЯ В ЗАДАЧЕ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ТРАНСМИССИИ КОЛЕСНОЙ МАШИНЫ

(ГОУ ВПО «Липецкий государственный технический университет»)

При движении колесной машины динамический момент в трансмиссии определяется, в основном, двумя факторами: величиной переменной вертикальной силы, действующей на колесо, зависящей от конструктивных параметров подвески и характеристик дорожного основания, и упруго-демпфирующими свойствами элементов трансмиссии. Разработаны математические модели и программное обеспечение, позволяющие использовать значения высот неровностей микропрофиля, задаваемого аналитическим описанием автокорреляционной функции, в качестве входного воздействия для уравнений движения звеньев подвески и трансмиссии. Полученные модели с высокой точностью описывают динамические процессы в подвеске и трансмиссии колесной машины.

Движение колесной машины характеризуется непрерывным изменением сил взаимодействия шины в площадке контакта с дорожной поверхностью. Величина этих сил в значительной степени зависит от характеристик неровностей и упруго-демпфирующих свойств подвески и ходовой системы. Фактором, определяющим нагрузки в трансмиссии и динамические качества колесной машины, является момент сил сопротивления движению. Его точная количественная оценка необходима при анализе динамики трансмиссии и ее элементов в процессе проектирования машины.

Общепринятой методикой определения момента на ведущем колесе M_k является следующее соотношение между его величиной, радиальной нагрузкой на колесо G_k , коэффициентом сопротивления качению f_0 и радиусом качения колеса в ведомом состоянии r_k :

$$M_k = r_k f_0 G_k.$$

При этом пренебрегают моментом сил сопротивления в подшипниках колеса вследствие его малости. Для определения радиальной нагрузки на колесо используется уравнение равновесия сил, возникающих в контакте колеса с дорогой:

$$Mg + mg + 2c_{ui}(h_{cz}(t) - \xi(t)) = G_k(t).$$

Учет изменения высоты микропрофиля под ведущим колесом, и как следствие, прогиба шины $h_{cr}(t) - \xi(t)$ приводит к необходимости определения случайной переменной составляющей усилия в контакте колеса с дорогой:

$$G_k(t) = 2c_{ui}(h_{ce}(t) - \xi(t)).$$

Следовательно, точное определение нагрузки на колесах и в трансмиссии машины невозможно без определения зависимости $\xi(t)$ и без решения задачи анализа колебательной системы, включающей в себя шины, ведущий мост, подвеску и раму.

В большинстве работ, посвященных проблемам моделирования профиля земной поверхности, приняты понятия микропрофиля, вызывающего колебания колес и опор шасси, и макропрофиля, не оказывающего такого влияния и состоящего из длинных неровностей (более 100 м) [1]. Микропрофиль дороги представляется в виде стационарного эргодического случайного процесса с автокорреляционной функцией (АКФ) вида:

$$R_k(\tau) = D_k (A_{1k} e^{-\alpha_{1k}\tau} \cos \beta_k \tau + A_{2k} e^{-\alpha_{2k}\tau}),$$

где α_{1k} , α_{2k} , β_k – коэффициенты, найденные для k-го вида профиля, D_k – дисперсия k-го вида профиля. Результаты корреляционного анализа высот неровностей микропрофиля некоторых характерных поверхностей из [2] представлены в таблице 1.

Таблица 1. Коэффициенты аппроксимации автокорреляционной функции некоторых типов микропрофиля

Дорожная поверхность	D, см ²	A ₁	A ₂	α ₁	α ₂	β
1. Асфальтовая в хорошем состоянии	0,664	1	0	0,13	0	1,05
2. Асфальтовая изношенная	1,21	0,15	0,85	0,05	0,2	0,6
3. Щебеночная дорога	6,3	0,047	0,953	0,049	0,213	1,367
4. Стерня колосовых культур	10,63	0,1	0,9	0,2	0,7	1,57

Приведенной автокорреляционной функции соответствует спектральная плотность, полученная прямым преобразованием Фурье:

$$S_k(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R(\tau) \cos \omega \tau d\tau = \frac{D_k}{\pi} \left(A_{1k} \frac{\alpha_{1k}(\omega^2 + \alpha_{1k}^2 + \beta_{1k}^2)}{(\omega^2 - \beta_{1k}^2 - \alpha_{1k}^2)^2 + 4\alpha_{1k}^2 \omega^2} + A_{2k} \frac{\alpha_{2k}}{\omega^2 + \alpha_{2k}^2} \right).$$

Для получения дискретных значений высоты микропрофиля в моменты времени, соответствующие шагу дискретизации, необходимо построить формирующий фильтр [3].

Рассмотрим линейный фильтр как динамическую систему, описываемую линейными однородными дифференциальными уравнениями. Спектральную плотность представим суммой двух выражений: $S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega)$. Для

каждого из слагаемых уравнение передаточной функции формирующего фильтра найдется из равенства:

$$W_i(j\omega)W_i(-j\omega) = 2\pi S_i(\omega), i = \overline{1,2}.$$

Тогда:

$$W_1(j\omega) = \frac{A_1\sqrt{2D\alpha}(j\omega + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2})}{j\omega^2 + 2\alpha j\omega + \alpha^2 + \beta^2}; W_2(j\omega) = \frac{A_2\sqrt{2D\gamma}}{j\omega + \gamma}.$$

$$h_1(t) = \eta(t) \frac{A_1\sqrt{2D\alpha}(j\omega + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2})}{j\omega^2 + 2\alpha j\omega + \alpha^2 + \beta^2}; h_2(t) = \eta(t) \frac{A_2\sqrt{2D\gamma}}{j\omega + \gamma}.$$

Учитывая принцип суперпозиции, получим:

$$h_1(t) + h_2(t) = \eta(t) \left(\frac{A_1\sqrt{2D\alpha}(j\omega + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2})}{(j\omega)^2 + 2\alpha j\omega + \alpha^2 + \beta^2} + \frac{A_2\sqrt{2D\gamma}}{j\omega + \gamma} \right) = \eta(t)(W_1(j\omega) + W_2(j\omega));$$

$$W_\Sigma(j\omega) = W_1(j\omega) + W_2(j\omega) = \frac{A_1\sqrt{2D\alpha}(j\omega + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2})}{(j\omega)^2 + 2\alpha j\omega + \alpha^2 + \beta^2} + \frac{A_2\sqrt{2D\gamma}}{j\omega + \gamma},$$

где $W_\Sigma(j\omega)$ – частотная передаточная функция формирующего фильтра.

На основании данного выражения получены следующие дифференциальные уравнения формирующего фильтра:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= y + \zeta_1\eta(t); \\ \dot{y} &= -(\alpha^2 + \beta^2)x - 2\alpha y + (\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - 2\alpha)\zeta_1\eta(t); \\ \dot{z} &= -\gamma z + \zeta_2\eta(t), \end{aligned} \right\}$$

где $\zeta_1 = A_1\sqrt{\frac{2D\alpha}{h}}$, $\zeta_2 = A_2\sqrt{\frac{2D\gamma}{h}}$, $\eta(t)$ – дискретный белый шум, h – шаг

интегрирования уравнений.

Реализация случайной функции высоты неровностей $h_{mn}(t)$ найдется в виде: $h_{mn}(t) = x(t) + z(t)$.

В качестве дискретного белого шума при моделировании использовались значения стандартного датчика случайных чисел Delphi Pascal с равномерным распределением на отрезке]0,1[, преобразованные с помощью точного обратного метода Бокса-Мюллера в нормально распределенные с математическим ожиданием, близким к нулю, и дисперсией, близкой к единице.

Адекватность полученных моделей микропрофиля проверялась корреляционным и статистическим анализом полученных реализаций в разработанном программном обеспечении. Проведенные вычислительные эксперименты показали удовлетворительное совпадение исходной АКФ и

построенной для полученных моделей. На рис. 1 представлены экранные формы результатов моделирования по приведенным выше зависимостям, а также статистического и корреляционного анализа полученных значений высот неровностей поверхности разбитой щебеночной дороги.

Так как пятно контакта шины может одновременно охватывать несколько неровностей, необходимо учитывать сглаживающую способность шины. В [1] сглаживающая способность шины задается в виде передаточной функции динамического звена, входом которого является ордината микропрофиля опорного основания, а выходом – его осреднение по площадке контакта:

$$W_{c2}(j\omega) = \frac{k_{nl}^2}{(j\omega)^2 + j\omega k_{nl} \sqrt{2} + k_{nl}^2},$$

где k_{nl} – коэффициент, определяемый по формуле:

$$k_{nl} = (0.9 \dots 1.3) \frac{v_a}{2\sqrt{0.1H(D - 0.1H)}},$$

где D и H – наружный диаметр и высота профиля шины, v_a – скорость движения машины.

Длина площадки контакта автомобильной шины рассчитывается по эмпирической формуле:

$$l_{ш} = 2\sqrt{0,1H_{ш}(D_{ш} - 0,1H_{ш})},$$

где $D_{ш}$ – внешний диаметр шины, $H_{ш}$ – высота профиля шины.

Спектральная плотность процесса, сглаженного шиной S_{c2} , определится из передаточной функции:

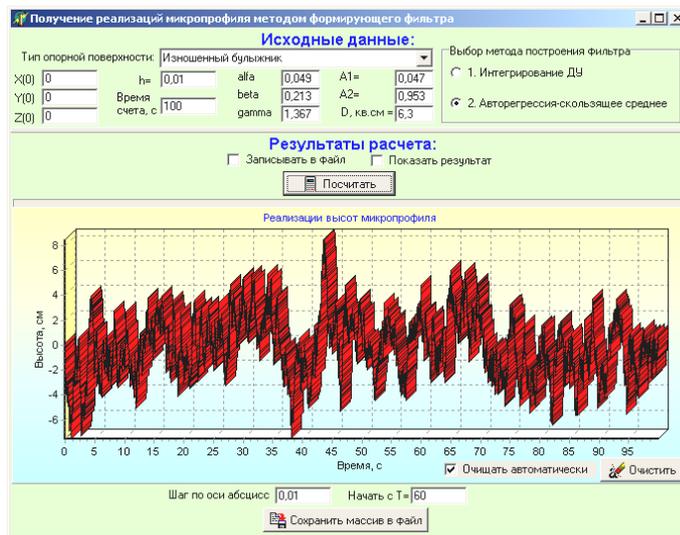
$$S_{c2}(\omega) = W_{c2}(j\omega)W_{c2}(-j\omega) \cdot S_h(\omega) = \frac{k_{nl}^2}{(k_{nl}^2 - \omega^2)^2 + 2k_{nl}^2\omega^2} \cdot S_h(\omega),$$

где S_h – спектральная плотность микропрофиля.

Данной передаточной функции соответствует дифференциальное уравнение:

$$\ddot{h}_{c2} + \dot{h}_{c2} k_{nl} \sqrt{2} + h_{c2} k_{nl}^2 = k_{nl}^2 \cdot h_{mn}$$

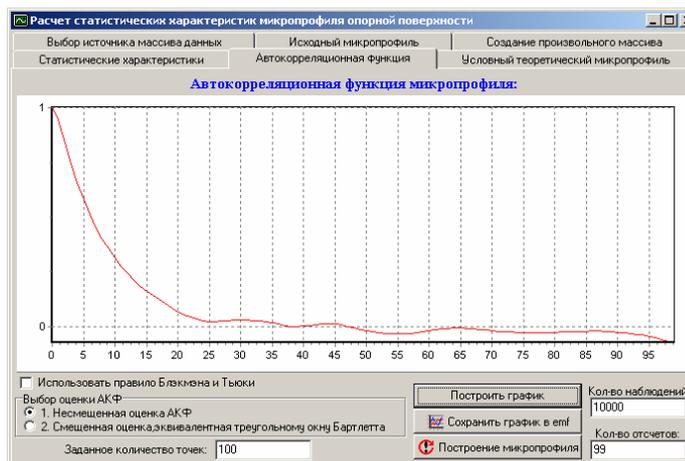
На рис. 2 представлены результаты компьютерного моделирования микропрофиля, сглаженного шиной.



а)



б)



в)

Рис. 1. Результаты моделирования микропрофиля в разработанной программе: а – расчет высот неровностей с шагом 0,01 м; б – статистический анализ полученных значений высот микропрофиля; в – корреляционный анализ



Рис. 2. Компьютерное моделирование микропрофиля, сглаженного шиной 12,00-18

Особенностью разработанной математической модели, позволяющей рассчитать мгновенное значение момента сил сопротивления в трансмиссии, является учет колебаний каждого колеса ведущего моста машины с зависимой подвеской. Так как каждое колесо движется по своему микропрофилю, необходимо моделировать неровности под каждым колесом. Корреляция колебаний левого и правого ведущих колес для большинства видов дорожного основания выражена достаточно слабо [1], поэтому при моделировании движения колесной машины необходимо моделирование неровностей под каждым колесом.

Выражение для определения возмущающего момента на каждом колесе в каждый момент времени:

$$\left. \begin{aligned} M_{кл} &= r_k f_0 G_{кл} = r_k f_0 ((M + m)g + c_{ш} (h_{сзн} - \xi_l)), \\ M_{кл} &= r_k f_0 G_{кп} = r_k f_0 ((M + m)g + c_{ш} (h_{сзн} - \xi_n)). \end{aligned} \right\}$$

Индекс «п» в данном выражении и далее относится к правому колесу, индекс «л» - к левому.

Расчетная динамическая модель (рис. 3) включает в себя, помимо крутильных масс трансмиссии, эквивалентную колебательную схему ведущего моста и колес, участвующую в формировании возмущающего момента.

Математическая модель, описывающая характер изменения динамического момента в трансмиссии, таким образом, будет состоять из следующих уравнений:

- дифференциальных уравнений формирующего фильтра для получения дискретных значений высот неровностей микропрофиля дорожного основания под каждым колесом;
- дифференциальных уравнений фильтра сглаживания высот неровностей шиной для каждого колеса;
- дифференциальных уравнений колебаний каждого колеса ведущего моста;
- дифференциальных уравнений колебаний рамы колесной машины;
- уравнения момента сил сопротивления, суммируемого дифференциалом;
- дифференциальных уравнений движения приведенных маховых масс коробки передач, карданной передачи и дифференциала.

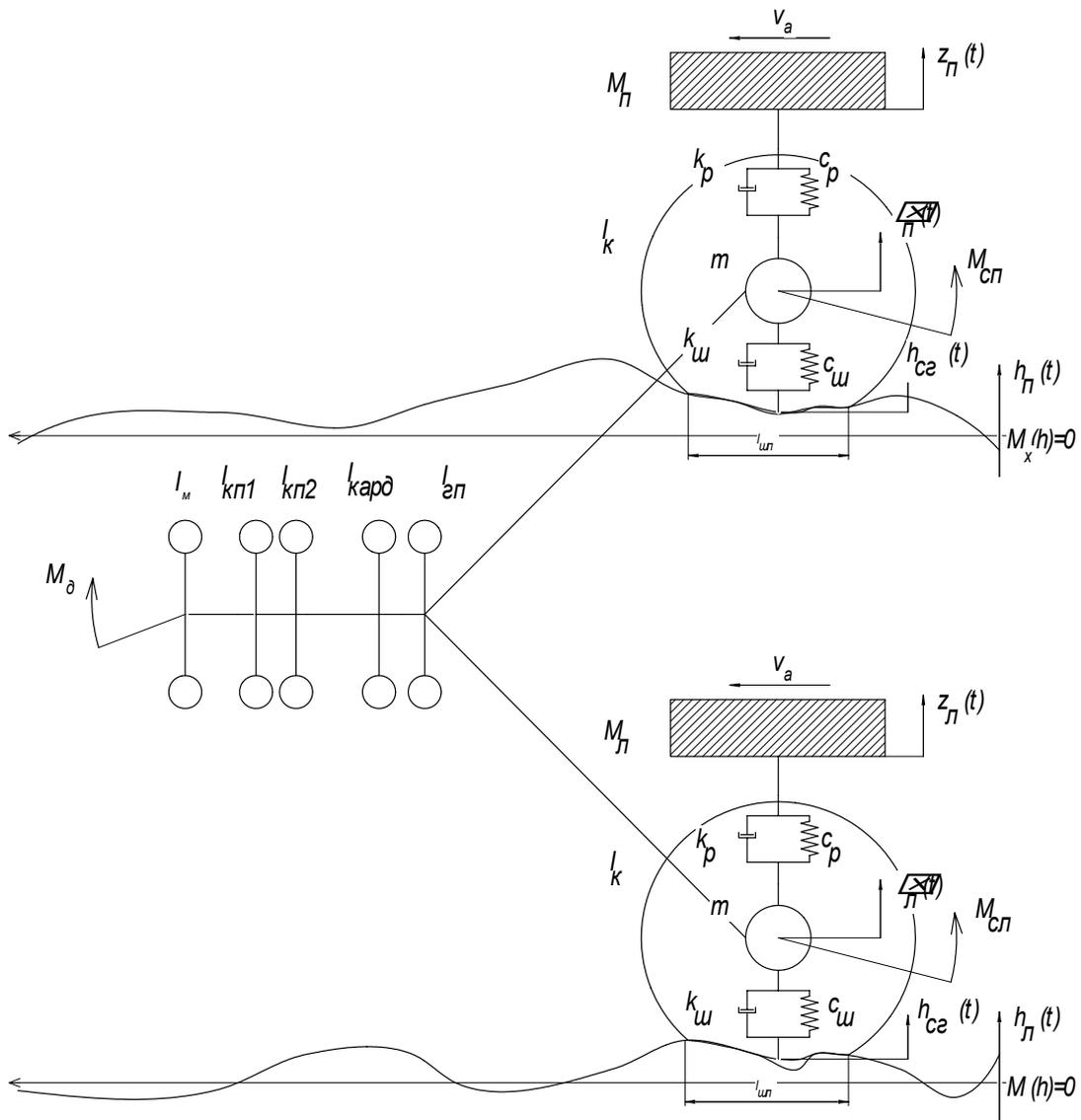


Рис. 3. Расчетная динамическая модель трансмиссии колесной машины с учетом статистических характеристик микропрофиля

При составлении математической модели приняты следующие допущения:

- упругие характеристики валов и рессор линейны;
- демпфирующая характеристика амортизатора представляет собой неправильный эллипс, отношения коротких плеч которого характеризуется коэффициентом уменьшения демпфирования при отбое;
- движение машины установившееся;
- упругие и демпфирующие свойства автомобильной шины линейны и постоянны на всем отрезке наблюдения;
- учет колебаний инерционных масс в трансмиссии проводится для эквивалентной пятимассовой системы;
- наезд переднего колеса на неровность не вызывает колебаний в трансмиссии и не влияет на колебания заднего моста;
- неравномерность работы двигателя не учитывается;
- колесная машина имеет один ведущий мост – задний;

- вследствие малости диссипативными потерями в трансмиссии и учетом угловой жесткости опор КПП и двигателя пренебрегаем.

Полученная математическая модель для моделирования колебаний подвески от неровностей микропрофиля под каждым ведущим колесом имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_l &= -(\alpha^2 + \beta^2)x_l - 2\alpha y_l + (\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - 2\alpha)A_1\sqrt{\frac{2D\alpha}{h}}\eta_1(t); \\
 \dot{x}_l &= y_l + A_1\sqrt{\frac{2D\alpha}{h}}\eta_1(t); \quad \dot{\bar{z}}_l = -\gamma\bar{z}_l + A_2\sqrt{\frac{2D\gamma}{h}}\eta_1(t); \\
 \dot{y}_n &= -(\alpha^2 + \beta^2)x_n - 2\alpha y_n + (\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - 2\alpha)A_1\sqrt{\frac{2D\alpha}{h}}\eta_2(t); \\
 \dot{x}_n &= y_n + A_1\sqrt{\frac{2D\alpha}{h}}\eta_2(t); \quad \dot{\bar{z}}_n = -\gamma\bar{z}_n + A_2\sqrt{\frac{2D\gamma}{h}}\eta_2(t); \\
 h_l(t) &= x_l(t) + \bar{z}_l(t); \\
 h_n(t) &= x_n(t) + \bar{z}_n(t); \\
 \ddot{h}_{c2l} + \dot{h}_{c2l}k_{nl}\sqrt{2} + h_{c2l}k_{nl}^2 &= k_{nl}^2 \cdot h_l; \\
 \ddot{h}_{c2n} + \dot{h}_{c2n}k_{nl}\sqrt{2} + h_{c2n}k_{nl}^2 &= k_{nl}^2 \cdot h_n; \\
 M\ddot{z}_l + 2\kappa_p\dot{z}_l + 2C_p z_l - 2\kappa_p\dot{\xi}_l - 2C_p\xi_l &= 0; \\
 m\ddot{\xi}_l + 2(\kappa_p + \kappa_{ul})\dot{\xi}_l + 2(C_p + C_{ul})\xi_l - 2\kappa_p\dot{z}_l - 2C_p z_l &= 2\kappa_{ul}\dot{h}_{c2l} + 2C_{ul}h_{c2l}; \\
 M\ddot{z}_n + 2\kappa_p\dot{z}_n + 2C_p z_n - 2\kappa_p\dot{\xi}_n - 2C_p\xi_n &= 0; \\
 m\ddot{\xi}_n + 2(\kappa_p + \kappa_{un})\dot{\xi}_n + 2(C_p + C_{un})\xi_n - 2\kappa_p\dot{z}_n - 2C_p z_n &= 2\kappa_{un}\dot{h}_{c2n} + 2C_{un}h_{c2n}; \\
 M_{en} &= M_{kl} + M_{kn} = r_\kappa f_0((M + m)g + 2c_{ul}(h_{c2l} - \xi_l) + 2c_{un}(h_{c2n} - \xi_n)), \\
 J_M\ddot{\phi}_1 + c_{12}(\phi_1 - \phi_2) &= M_\delta; \\
 J_{KП1}\ddot{\phi}_2 - c_{12}(\phi_1 - \phi_2) + c_{23}(\phi_2 - \phi_3) &= 0; \\
 J_{KП2}\ddot{\phi}_3 - c_{23}(\phi_2 - \phi_3) + c_{34}(\phi_3 - \phi_4) &= 0; \\
 J_{кар0}\ddot{\phi}_4 - c_{34}(\phi_3 - \phi_4) + c_{45}(\phi_4 - \phi_5) &= 0; \\
 J_{диф}\ddot{\phi}_5 - c_{45}(\phi_4 - \phi_5) + c_{56}(\phi_5 - \phi_6) + c_{57}(\phi_5 - \phi_7) &= 0; \\
 J_k\ddot{\phi}_6 - c_{56}(\phi_5 - \phi_6) = -M_{kl}; \quad J_k\ddot{\phi}_7 - c_{57}(\phi_5 - \phi_7) &= -M_{kn}.
 \end{aligned}$$

где $A_1, A_2, \alpha, \beta, \gamma$ – коэффициенты аппроксимации автокорреляционной функции, $\eta(t)$ – дискретный датчик случайных чисел с нормальным распределением, D – дисперсия высот неровностей, $h(t)$ – случайная функции высоты неровностей микропрофиля, h_{c2} – ордината высоты неровности, сглаженная шиной, M – масса остова, приходящаяся на ведущий мост, m – масса ведущего моста, C_p, C_{ul} – жесткости упругого элемента подвески и шины, k_p, k_{ul} – коэффициенты демпфирования амортизатора и шины, M_κ – момент на колесе, r_κ – радиус колеса, f_0 – коэффициент

сопротивления качению, I_M – момент инерции ведущего моста относительно продольной оси, J_i – моменты инерции i -й вращающейся части, жестко связанных и приведенных к ней деталей, C_{ij} – жесткости валов, k_{ij} – коэффициенты диссипативного сопротивления.

Момент двигателя (для двигателя ЗМЗ-511.10) задается уравнением [4]:

$$M_{\partial} = M_{\partial n} \left(0,44 + 2,12 \frac{\omega_{\partial}}{345,56} - 1,56 \left(\frac{\omega_{\partial}}{345,56} \right)^2 \right),$$

где M_{∂} – мгновенное значение момента двигателя при угловой скорости коленвала ω_{∂} , $M_{\partial n}$ – номинальный момент двигателя (284,4 Нм).

Вычислительный эксперимент проводился численным интегрированием приведенной выше системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты 4 порядка с шагом 10^{-5} с с применением разработанного программного обеспечения. Правильность решения проверялась выборочной подстановкой результатов в исходную систему дифференциальных уравнений и контролем соответствия их правой и левой частей.

Разработанное программное обеспечение позволяет вычислять мгновенные значения высот неровностей под каждым колесом при движении по заданному виду дорожного основания (рис. 4), а также величины момента сил сопротивления на колесах, виброскоростей, виброускорений и вращающего момента каждого элемента трансмиссии (рис. 5).

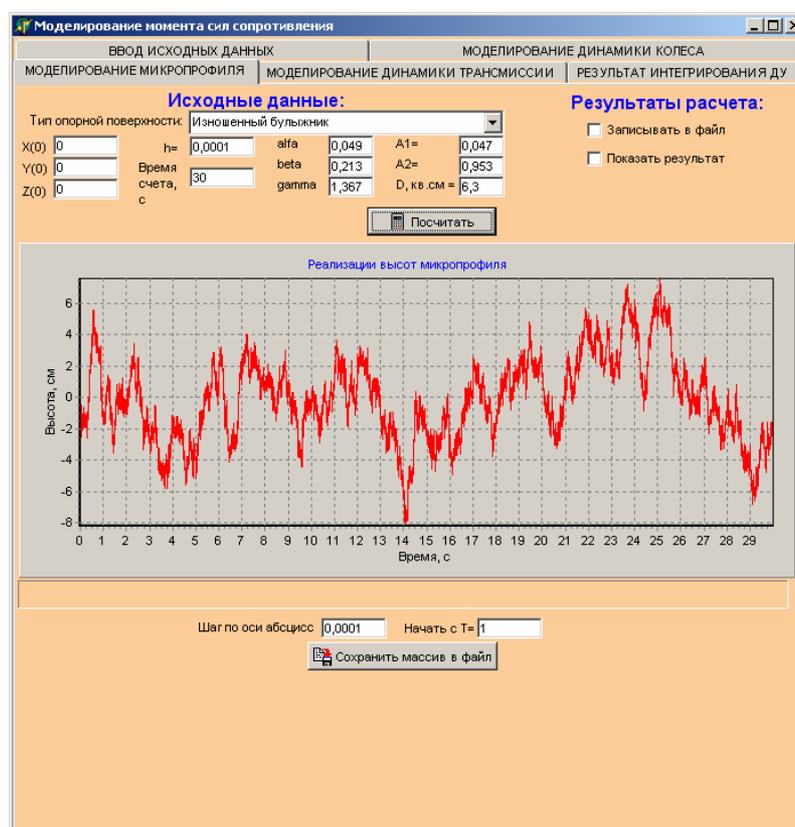
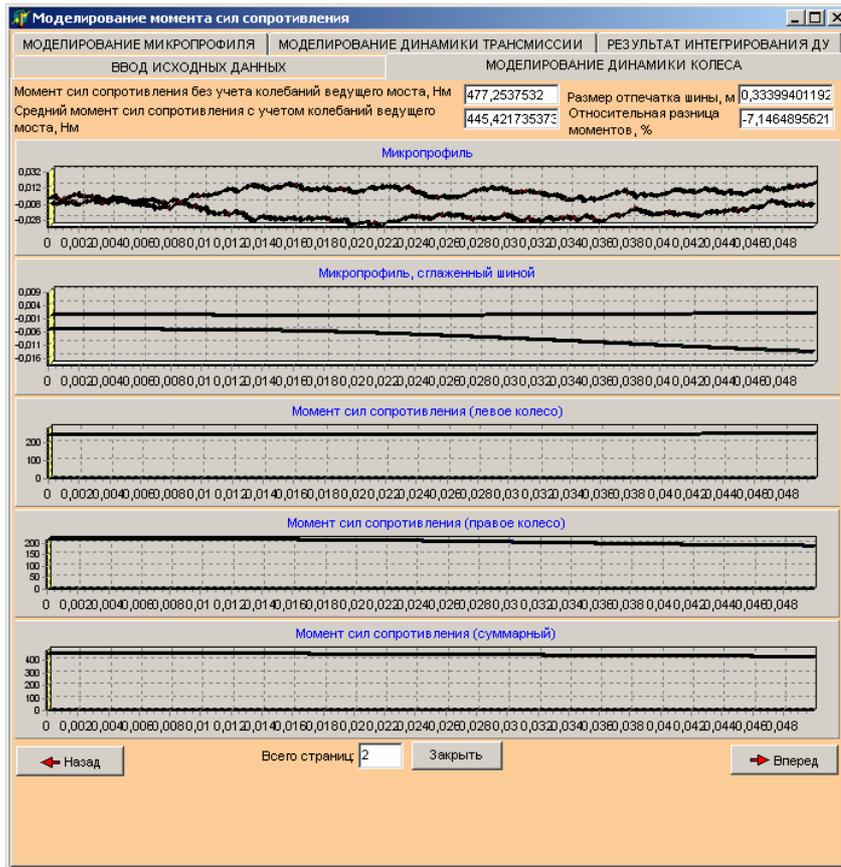
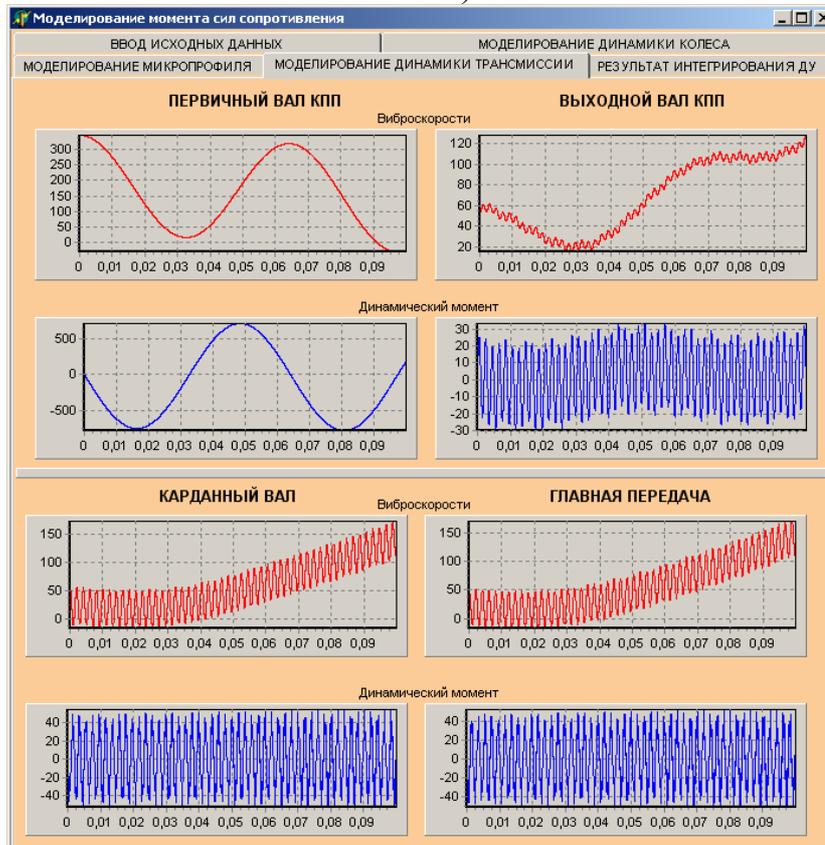


Рис. 4. Моделирование микропрофиля дорожного основания с заданными корреляционными свойствами



а)



б)

Рис. 5. Результаты компьютерного моделирования динамики трансмиссии автомобиля ГАЗ-66-11

Анализ результатов компьютерного моделирования, проведенного по полученным зависимостям, показал:

- при движении по разбитой щебеночной дороге динамический момент на колесе может достигать пикового значения, в 3,15 раза превышающего величину среднего момента на колесе, также получены количественные оценки величины вращающего момента на первичном и выходном валах КП;

- состояние дорожного основания существенно влияет на динамическую нагруженность всех элементов трансмиссии и ходовой системы колесной машины;

- полученные математические модели и разработанное программное обеспечение позволяют провести имитационное моделирование движения колесной машины по дорожной поверхности, имеющей аналитическое описание с помощью автокорреляционной функции и оценить нагрузки в элементах подвески и трансмиссии.

Библиографический список

1. Динамика системы дорога-шина-автомобиль-водитель. /А. А. Хачатуров, В. Л. Афанасьев, В. С. Васильев, Г. В. Гольдин и др. Под ред. А. А. Хачатурова. - М.: Машиностроение, 1976. – 535 с.

2. Силаев, А. А. Спектральная теория поддресоривания транспортных машин./А.А. Силаев. – М.: Машиностроение, 1971. – 241 с.

3. Шалыгин, А. С. Прикладные методы статистического моделирования./А.С. Шалыгин, Ю.И. Палагин. - Л.: Машиностроение, 1986. - 320 с.

4. Проектирование трансмиссий автомобилей /А.И. Гришкевич, Б.У. Бусел, Г.Ф. Бутусов и др. - под ред. А.И. Гришкевича – М.: Машиностроение, 1984. - 272 с.

Сведения об авторе:

Белецкий Андрей Валерьевич

Место работы: ГОУ ВПО «Липецкий государственный технический университет»

Должность: доцент кафедры автомобилей и тракторов, зам. декана факультета инженеров транспорта

Контактные данные:

398043, г. Липецк, ул. Циолковского, дом 129, кв 102

тел. +7(4742) 347-999 дом.

328-087 раб. деканат

328-801 раб. кафедра

328-052 раб. лаборатория САПР

+7 910 352-0180 моб.

andrleo@lipetsk.ru

uuol66@lipetsk.ru